南京航空航天大学

《理论力学 1》考试试题

考试日期：2024 年 1 月　　试卷类型：B 卷

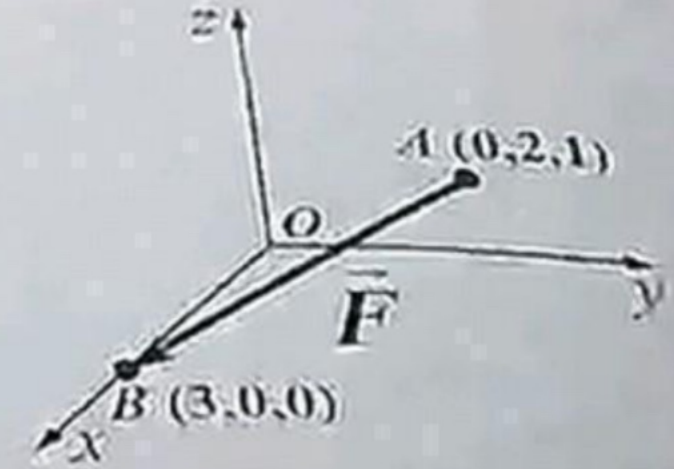
班号　　学号　　姓名

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

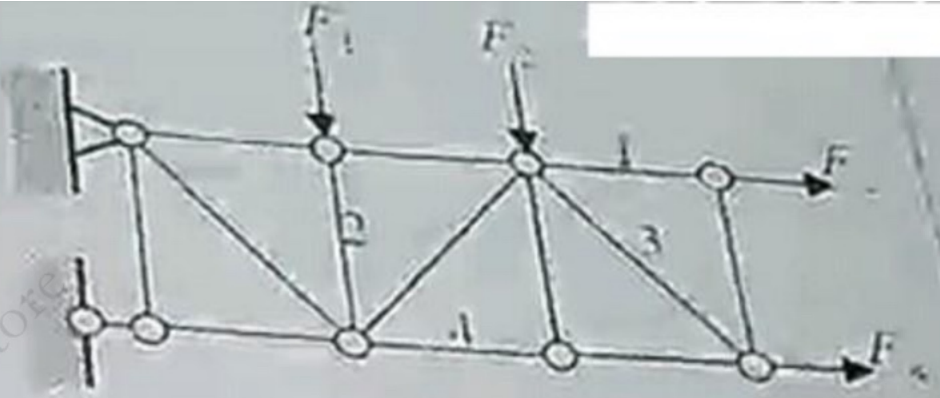
本题分数	30
得　　分	

一、填空题

1（6 分）图示直角坐标系中，大小为 $\sqrt{14}$ N 的力 F 作用于 A 点(0,2,1)，方向指向 B 点(3,0,0)，长度单位为 m，则 F 在 y 轴的投影 F_y = ________；F 对 x 轴的矩 $M_x(F)$ = ________；F 对 z 轴的矩 $M_z(F)$ = ________。

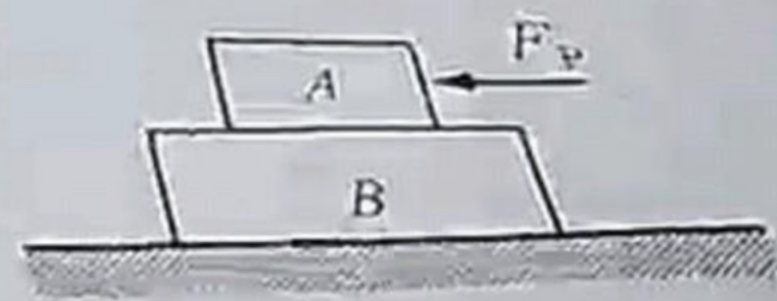


2.（4分）图示平面桁架受 F_1、F_2、F_3、F_4 四个作用力下，以下各杆内力的大小分别为杆 1________，杆 2________，杆 3________，杆 4________。

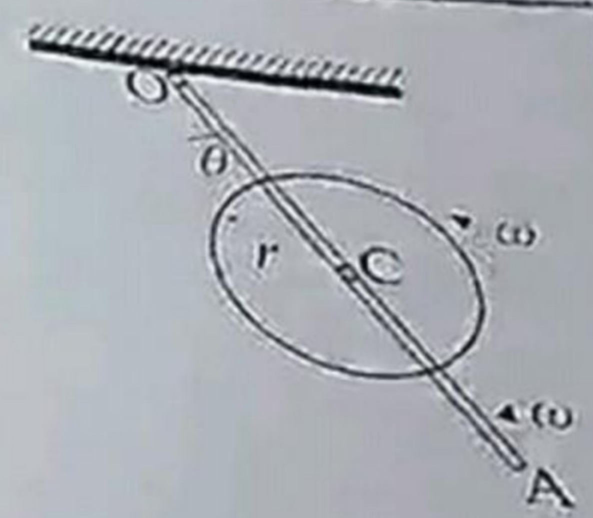


3.（4分）如图所示，重量分别为 G_A 和 G_B 的物体重叠地放置在粗糙的水平面上，水平力 F_P 作用于物体 A 上，设 A、B 间的摩擦力的最大值为 F_{Amax}，B 与水平面间的摩擦力的最大值为 F_{Bmax}。若 A、B 能各自保持平衡，各力之间的关系为：

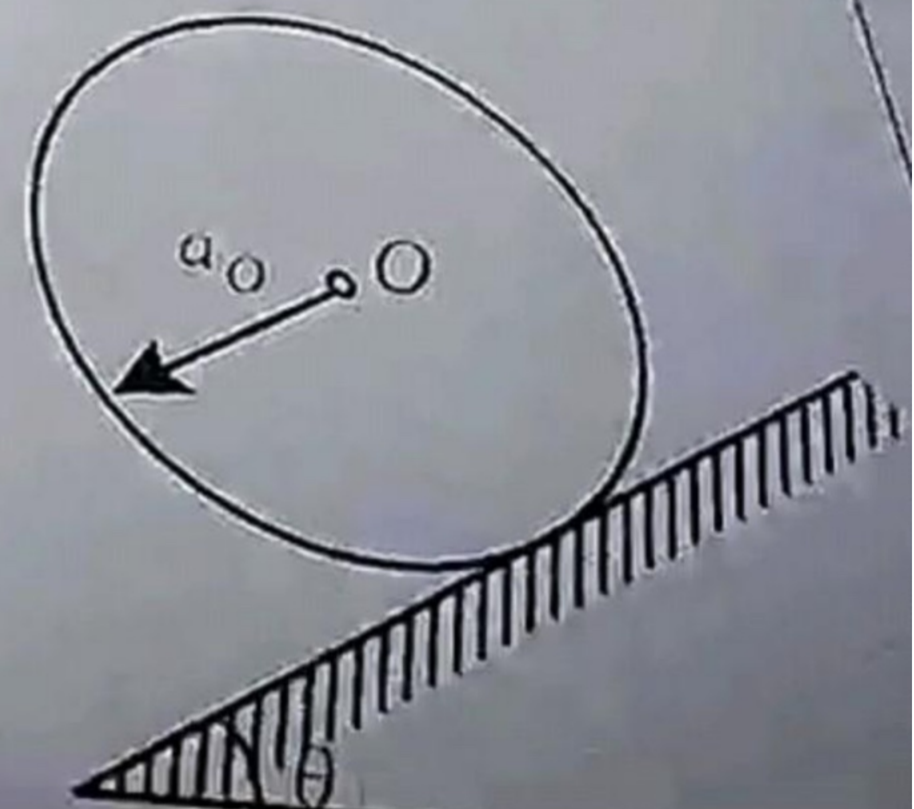
F_P________ F_{Amax} ________ F_{Bmax}。（填>，＝或<）



4.（6分）如图，均质细杆 OA 铰接于 O 点，质量为 m，长 $4a$，当前与铅垂方向夹角 $\theta=30^\circ$，以绝对角速度 ω 绕 O 轴逆时针转动。均质圆盘铰接在杆的中心 C 点，半径为 a，质量为 $4m$，相对 OA 杆以角速度 ω 逆时针转动，则此时系统动量沿水平方向的投影大小为__________，系统对点 O 的动量矩大小为__________，系统的动能为__________。



5.（6分）均质圆盘半径为 R，质量为 m，沿斜面作纯滚动，轮心加速度 a_0。圆盘各质点的惯性力向 O 点简化，主矢的大小为__________，方向__________；主矩的大小__________，转向__________。

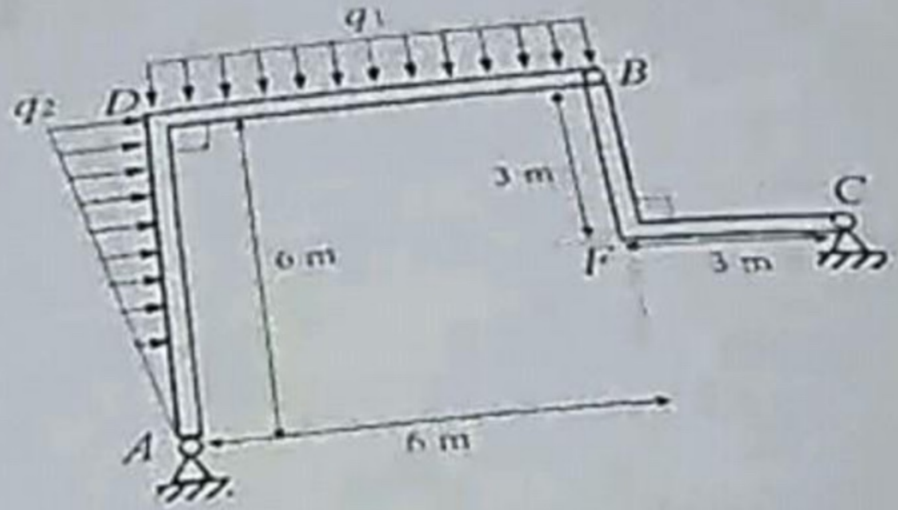


6. （4分）物体A追赶物体B，$v_A=3v_B$，若物体A与物体B发生碰撞后停止，假设两物体的碰撞为对心的，恢复因数 $e=0.8$，则两物体质量之比 m_A/m_B 为________。

本题分数	12
得 分	

二、计算题

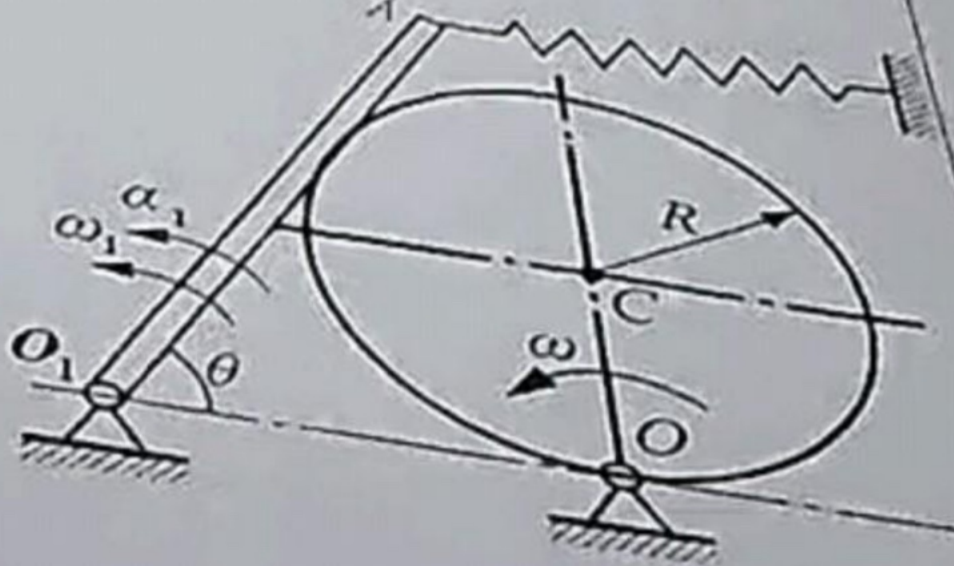
图示机构由无重直角刚杆 ADB 和 BFC 铰接组成，A、C 处均为固定铰支约束，尺寸如图。BD 段均匀分布力的集度 $q_1=100\ \text{N/m}$，AD 段线性变化分布力最大集度 $q_2=100\ \text{N/m}$。求 A、B、C 处的约束力。



本题分数	12
得　　分	

五、计算题

图示偏心轮摇杆机构中，摇杆 O_1A 借助弹簧压在半径为 R 的偏心轮 C 上。偏心轮 C 绕轴 O 往复摆动，从而带动摇杆绕轴 O_1 摆动。设 $OC \perp OO_1$ 时，轮 C 的角速度为 ω，角加速度为 0，$\theta=60°$。试用点的复合运动法，求此时摇杆 O_1A 的角速度 ω_1 和角加速度 α_1。



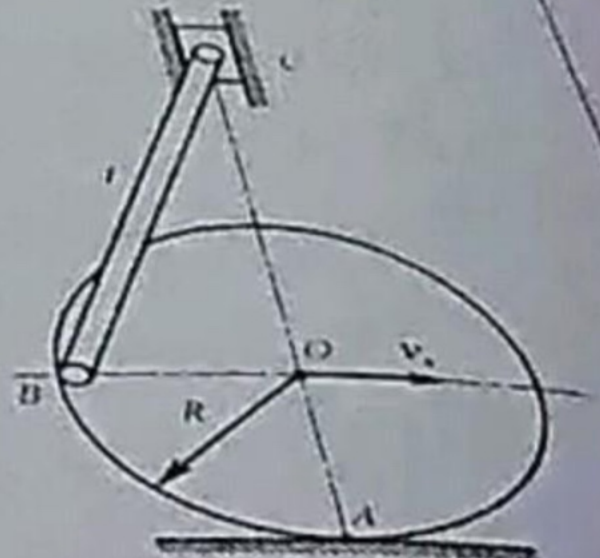
本题分数	12
得　分	

四、计算题

平面机构，圆轮O在水平面上作纯滚动，轮心速度恒定 $v_O=100$ mm/s，圆轮半径 $R=200$ mm，连杆BC长 $l=200\sqrt{26}$ mm，该杆一端与轮缘B点铰接，另一端与滑块C铰接。图示瞬时BO在水平方向，试求此时：

(1) B点的速度 v_B；(2) BC杆的角速度 ω_{BC} 和滑块C的速度 v_C；

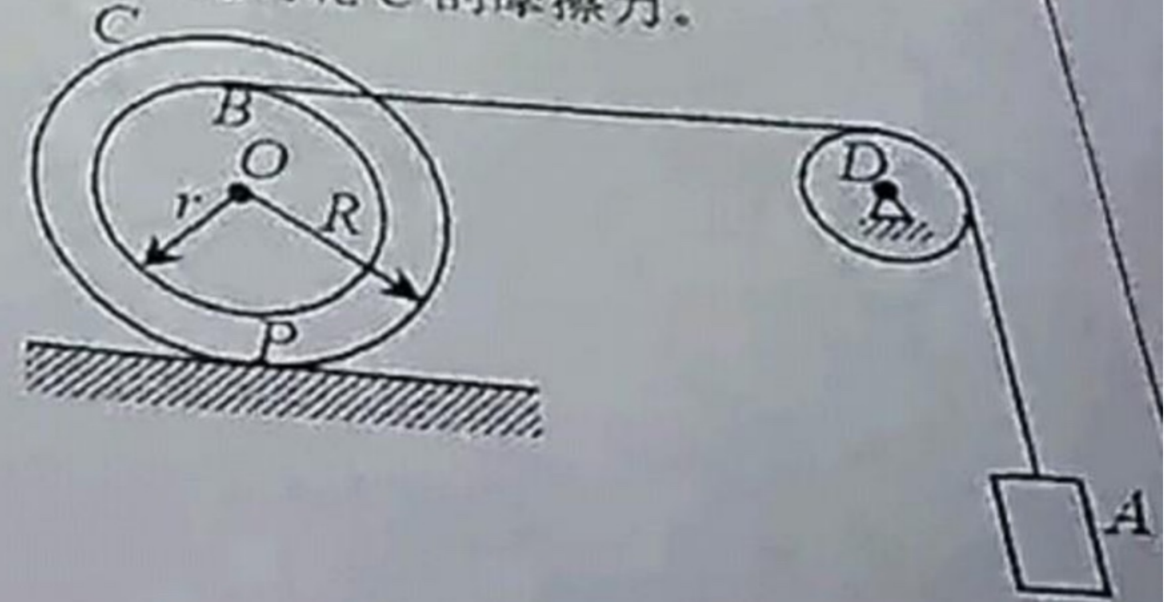
(3) 滑块C的加速度 a_C。



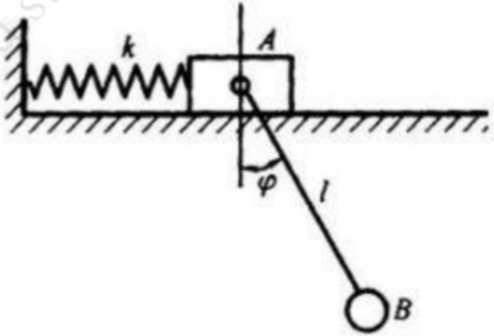
本题分数	14
得　分	

五、计算题

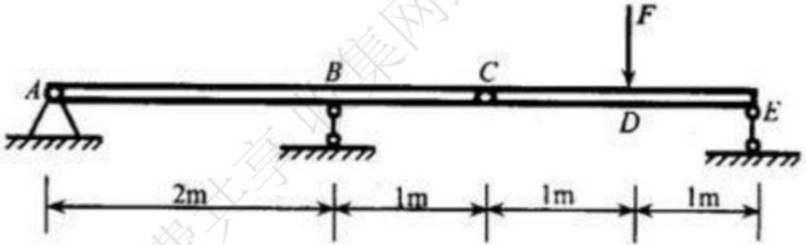
重物 A 质量为 m_1，系在绳子上，绳子跨过不计质量的固定滑轮 D，并绕在鼓轮 B 上，如图所示。由于重物下降，带动了轮 C，使它沿水平轨道滚动而不滑动。设鼓轮 B 的半径为 r，轮 C 的半径为 R，两者固连在一起，总质量为 m_2，O 点为质心，对于其水平轴 O 的回转半径为 ρ。系统初始时静止。当物块 A 下降 h 时，求：（1）轮 C 质心 O 的加速度和重物 A 的加速度；（2）水平轨道对轮 C 的摩擦力。



六、设有一与弹簧相连的滑块 A，其质量为 m_1，它可沿光滑水平面无摩擦地来回滑动，弹簧的刚度系数为 k。在滑块 A 上又连一单摆，如图所示。摆长为 l，B 的质量为 m_2。试列出该系统的动力学微分方程。



为了用虚位移原理求解系统 B 处反力，需将 B 支座解除，代以适当的约束力，其时 B、D 两点虚位移大小之比值 $\delta r_B : \delta r_D =$（　　　　），若已知 $F = 50\ \mathrm{N}$，则 B 处约束力的大小为（　　　　），方向为（　　　　）。



填空题

1. $-2N$. 0. $-6N\cdot m$.

2. F_3 F_1 0 F_4

3. $<$ $<$.

4. $5\sqrt{3}a\omega m$. $\frac{26}{3}ma^2\omega$. $\frac{44}{3}ma^2\omega^2$.

5. ma_0. 沿斜面向上. $\frac{1}{2}ma_0R$. 顺时针.

6. $1:5$.

二.

简化分布力

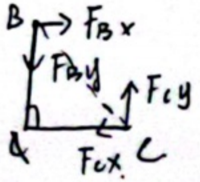
q_2: $F_2 = \int_0^6 \frac{q_2}{6} x\,dx = 300N\ (\rightarrow)$

$\underset{(对A)}{M_2} = \int_0^6 \frac{q_2}{6} x^2 dx = 1200\ N\cdot m\ (\circlearrowright)$

q_1: $F_1 = \int_0^6 q_1\,dx = 600N\ (\downarrow)$

$\underset{(对A)}{M_1} = \int_0^6 q_1 x\,dx = 1800\ N\cdot m\ (\circlearrowright)$

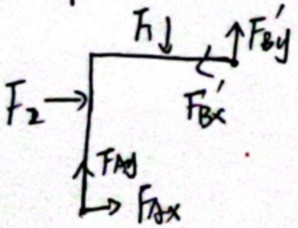
分析 BC段



BC杆为二力杆. 且夹角为45°

$\Rightarrow F_{Bx} = F_{cx} = F_{By} = F_{cy} = F$.

分析ADB段



$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{Ax} + F_2 - F_{Bx}' = 0$.

$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{Ay} + F_{By}' - F_1 = 0$

$\sum M_A = 0 \Rightarrow -M_1 - M_2 + 6F_{By}' + 6F_{Bx}' = 0$

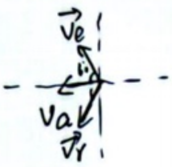
$\Rightarrow F_{Bx}' = F_{By}' = 250N.\quad F_{Ax} = 50N\ (\rightarrow).\quad F_{Ay} = 350N\ (\uparrow)$

即: $\begin{cases} F_{Ax} = 50N\ (\rightarrow) \\ F_{Ay} = 350N\ (\uparrow) \end{cases}$ $\begin{cases} F_{Bx} = 250N\ (\rightarrow) \\ F_{By} = 250N\ (\downarrow) \end{cases}$ $\begin{cases} F_{cx} = 250N\ (\leftarrow) \\ F_{cy} = 250N\ (\uparrow) \end{cases}$

三.

取 C 为动点. 动系 固连于 AO_1.

(1). 对 C 进行速度分析:



	$\vec{v_a}$	=	$\vec{v_e}$	+	$\vec{v_r}$
大小	ωR		?		?
方向	←		⊥O_1C		沿AO_1

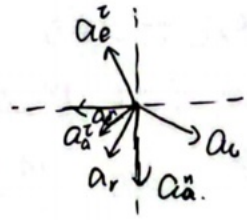
$\Rightarrow v_e = v_r = \omega R$.

又 $v_e = \omega_1 \cdot 2R$ $\Rightarrow \omega_1 = \frac{\omega}{2}$ (↺)

(2). 对 C 进行加速度分析.

$$\vec{a_a^n} + \vec{a_a^\tau} = \vec{a_e^n} + \vec{a_e^\tau} + \vec{a_r} + \vec{a_C}$$

	$\vec{a_a^n}$	$\vec{a_a^\tau}$	$\vec{a_e^n}$	$\vec{a_e^\tau}$	$\vec{a_r}$	$\vec{a_C}$
大小	$\omega^2 R$	0	$\omega_1^2 \cdot 2R$	$\alpha_1 \cdot 2R$	?	$2\times\omega_1\times v_r$
方向	$C\to O$	$\perp CO$	$C\to O_1$	$\perp CO_1$	$\overrightarrow{AO_1}$	$\perp AO_1$



向垂直于AO_1方向投影

$$a_a^n \cdot \cos 60° + 0 = -a_e^n \cdot \cos 60° \; \cancel{\omega_1^2 2R} - a_e^\tau \cdot \cos 30° + a_C$$

~~代入 ⇒ 应 a~~

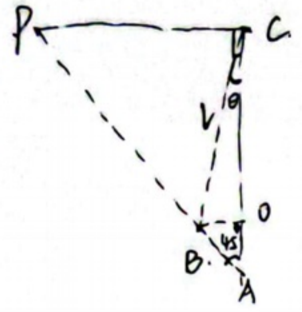
代入 $\Rightarrow \alpha_1 = \frac{\sqrt{3}}{12}\omega^2$ (↺)

四.

(1). A点为轮O的速度瞬心.

$v_O = \omega_O \cdot |OA| \Rightarrow \omega_O = \frac{v_O}{R} = 0.5\,rad/s$ (↻)

$v_B = \omega_O \cdot |AB| = \sqrt{2}\,\omega_O R \Rightarrow v_B = 100\sqrt{2}\,mm/s$. 方向垂直AB斜右上方

(2). 

P为BC杆的速度瞬心.

$|BP| = |AP| - |AB|$

$\sin\theta = \frac{|BO|}{|BC|} = \frac{1}{\sqrt{26}}$

$\cos\theta = \frac{5}{\sqrt{26}} \Rightarrow |CO| = 1000\,mm$

$\Rightarrow |AC| = 1200\,mm = |PC|,\ |AP| = 1200\sqrt{2}\,mm$.

$v_B = \omega_{BC} \cdot |BP| \Rightarrow \omega_{BC} = \frac{v_B}{|BP|} = \frac{100\sqrt{2}}{1000\sqrt{2}} = 0.1\,rad/s$ (↺)

$v_C = \omega_{BC} \cdot |PC| \Rightarrow v_C = 0.1(rad/s) \times 1200(mm) = 120\,mm/s$ (↑)

(3). 研究轮O $\Rightarrow a_O = \alpha_O R \Rightarrow \alpha_O = 0$.

以O为基点.

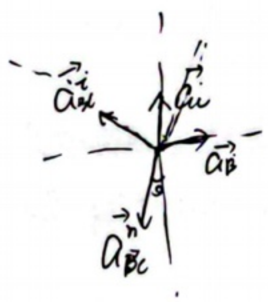
	$\vec{a}_B$	=	$\vec{a}_O$	+	$\vec{a}_{BO}^n$	+	$\vec{a}_{BO}^\tau$
大小	?		0		$\omega_O^2 R$		0
方向	?		→		→		↑

$\Rightarrow a_B = \omega_O^2 R = 50\,mm/s^2$ (→)

研究BC杆

以B为基点.

	$\vec{a}_C$	=	$\vec{a}_B$	+	$\vec{a}_{CB}^n$	+	$\vec{a}_{CB}^\tau$
大小	?		$50\,mm/s^2$		$\omega_{BC}^2 \cdot l$		?
方向	↑		→		C→B		⊥BC

$\Rightarrow$ 

沿 $\vec{BC}$ 方向投影

$\Rightarrow a_C \cdot \cos\theta = a_B \cdot \sin\theta - a_{BC}^n$

$\Rightarrow a_C = -0.4\,mm/s^2$.　即: $a_C = -0.4\,mm/s^2$ 方向竖直向下.

1 五.

(1) $J_O = m_2 \rho^2$

下降h时.

$$T = \frac{1}{2}m_1 v_A^2 + \frac{1}{2}m_2 v_O^2 + \frac{1}{2}J_O \omega_O^2$$

12 其中: $\omega_O = \frac{v_B}{R+r}$ $v_B = v_A$

$$v_A = \omega_O \cdot R = \frac{R}{R+r} v_B$$

代入得: $T = \frac{1}{2}m_1 v_A^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot \frac{R^2}{(R+r)^2} \cdot v_A^2 + \frac{1}{2}m_2 \rho^2 \cdot \frac{v_A^2}{(R+r)^2}$

由动能定理

$$T - 0 = m_1 g h \Rightarrow \frac{1}{2}m_1 v_A^2 + \frac{1}{2}m_2 \frac{R^2}{(R+r)^2} v_A^2 + \frac{1}{2}m_2 \rho^2 \frac{v_A^2}{(R+r)^2} = m_1 g h$$

两边对t求导

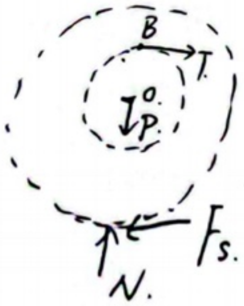
$$\Rightarrow \cancel{\tfrac{1}{2}m_1} \; m_1 a_A + m_2 \frac{R^2}{(R+r)^2} a_A + m_2 \frac{\rho^2}{(R+r)^2} a_A = m_1 g$$

得: $a_A = \frac{m_1 g (R+r)^2}{m_1 (R+r)^2 + m_2 (R^2+\rho^2)}$ (↓).

又: $a_A = a_B$. $a_B = \alpha_O \cdot (R+r)$. $a_O = \alpha_O \cdot R$.

代入 $\Rightarrow a_O = \frac{m_1 g R (R+r)}{m_1 (R+r)^2 + m_2 (R^2+\rho^2)}$ (→)

(2) 研究轮C:



对B点有.

$$F_s \cdot (R+r) = J_B \cdot \alpha_O$$

$$J_B = J_O + m_2 r^2$$

$$\Rightarrow F_s = \frac{m_1 m_2 g (\rho^2 + r^2)}{m_1 (R+r)^2 + m_2 (\rho^2 + R^2)} \ (\leftarrow)$$