南京航空航天大学

二〇二二～二〇二三学年 第二学期《自动控制原理II》考试试题

考试日期：2023年6月29日　试卷类型：A　试卷代号：

班号　　学号　　姓名 [redacted]

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

本题分数	16
得　　分	

一、欲使如图1所示系统中 $E(s)=0$，求 $G_1(s)$ 和 $G_2(s)$ 的表达式。

图1

本题分数	16
得　分	

二、已知单位反馈系统的开环传递函数为

$$G(s)=\frac{22}{(s+1)(s+3)}$$

若系统输入量为 $r(t)$，输出量为 $c(t)$。要求：

(1) 当 $r(t)=1(t)$ 时，求 $c(t)$ 的稳态值和最大值，并求 $c(t)$ 达到最大值时的时间；

(2) 为了减少超调量，使阻尼比等于 0.6，对系统实施速度反馈控制，试画出速度反馈系统结构图，确定速度反馈系数，并计算此时系统的调节时间（$\Delta=5\%$）。

得分

三、已知某系统的闭环特征多项式为

$$D(s)=s^4+3s^3+3s^2+s+K(s+2)$$

（1）用根轨迹法确定闭环系统稳定且闭环极点均为复根时 K 值的范围；

（2）确定系统临界稳定时的所有闭环极点。

本题分数	18
得　分	

四、已知单位反馈系统的开环传递函数为

$$G(s)=\frac{4}{s(s+1)}$$

（1）绘制奈氏曲线，用奈奎斯特判据判断系统的稳定性；

（2）给定输入为 $r(t)=\cos\omega t$ 时，确定 ω 为何值时稳态输出 $c(t)$ 的幅值最大，并求系统此时的稳态输出 $c(t)$；

(3) 若要求系统的截止频率增大，应采用超前校正还是滞后校正？并解释原因。

数	16
分	

五、单位负反馈最小相位系统的开环对数幅频特性曲线如图2所示。

（1）求系统的开环传递函数；

（2）求系统的截止频率和相角裕度；

（3）给定输入为 $r(t)=2t+2$ 时，求系统的稳态误差。

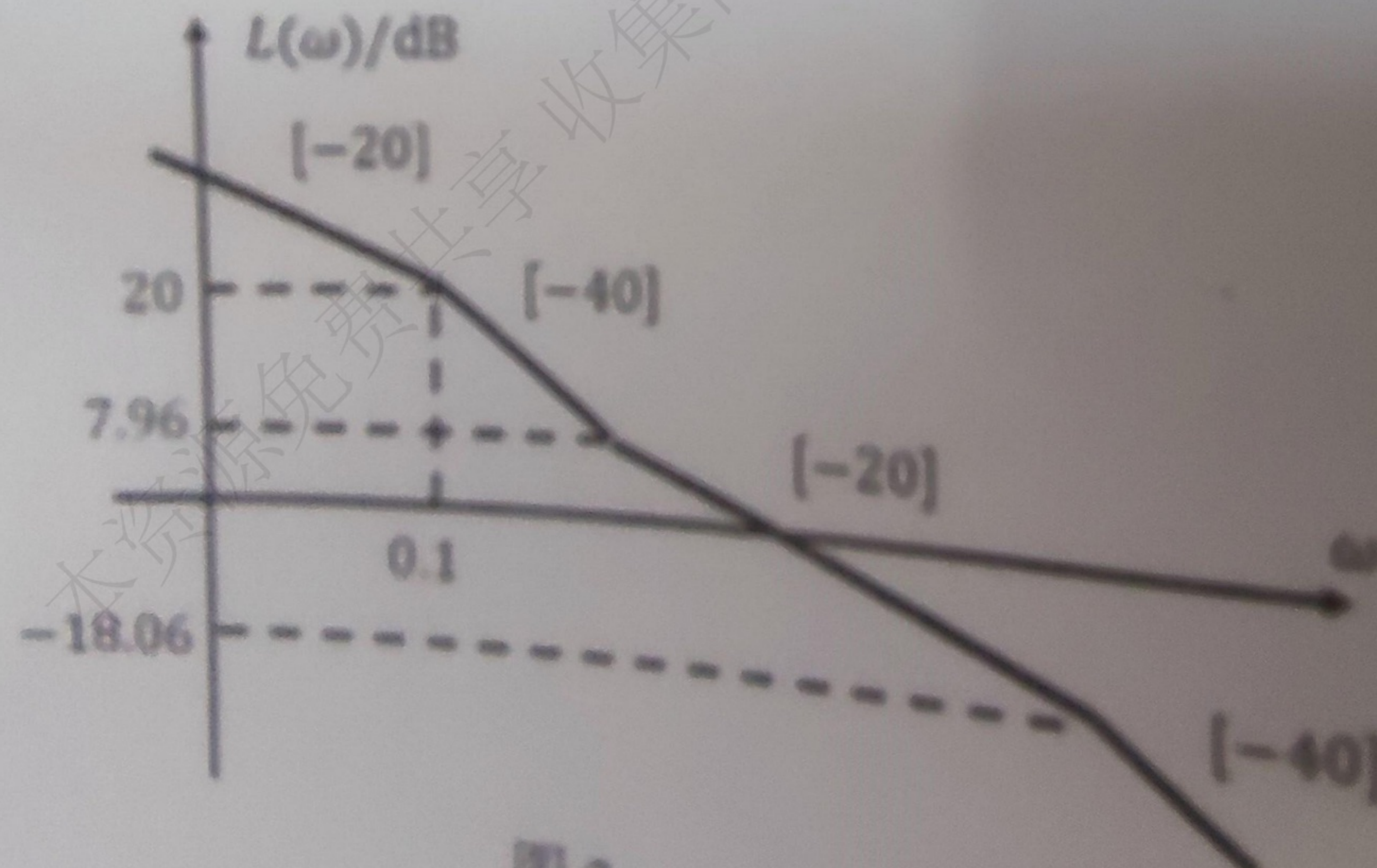


图2

题分值	16
得 分	

六、已知采样系统的结构图如图3所示，要求：

（1）确定使系统稳定的 K 值范围；

（2）当 $r(t)=t$，时 $K=1$ 时，求系统的稳态误差。

提示：

$$Z\left[\frac{1}{s+a}\right]=\frac{z}{z-e^{-aT}}\quad Z\left[\frac{1}{s}\right]=\frac{z}{z-1}\quad Z\left[\frac{1}{s^2}\right]=\frac{Tz}{(z-1)^2}$$

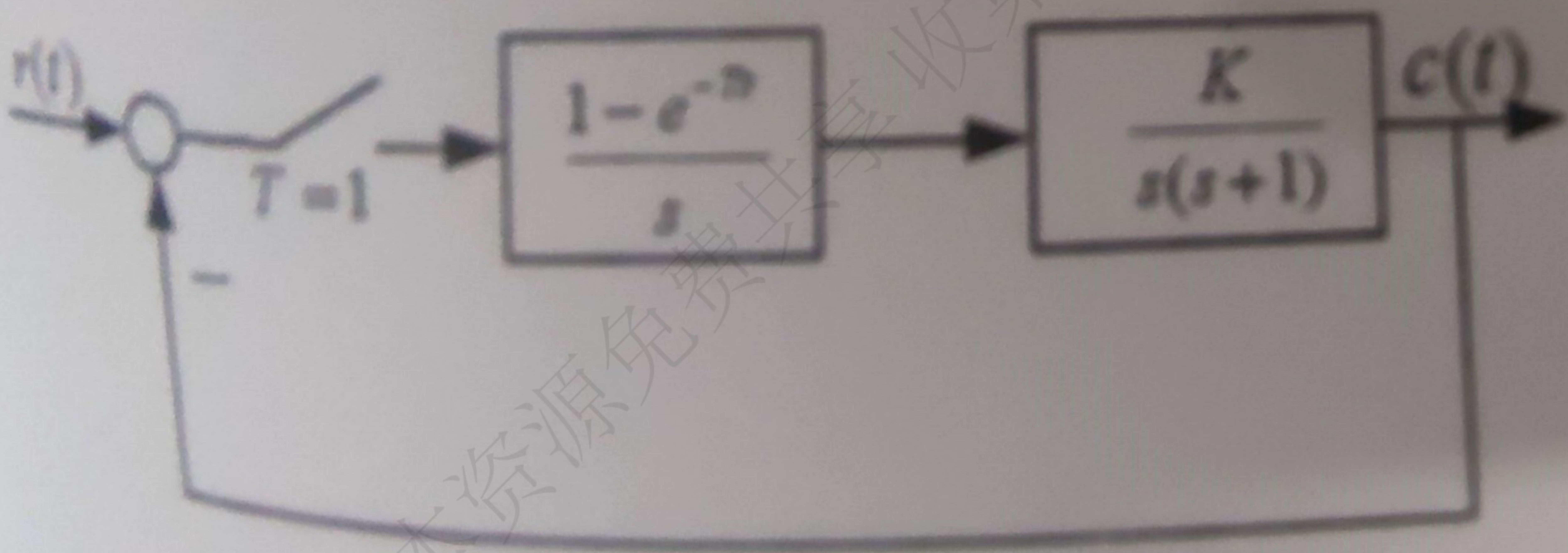


图3

一. $\frac{E(s)}{R_1(s)}$：2条前向通路，其增益与余子式分别为

$P_1 = 1 \quad \Delta_1 = 1$　　　本系统1个回路

$P_2 = -\frac{G_1(T_2 s+1)}{T_1 s+1}$　　　$L_1 = -\frac{K(T_2 s+1)}{S(T_1 s+1)}$　$\Delta = 1 - L_1$

$= 1 + \frac{k(T_2 s+1)}{s(T_1 s+1)}$

$$\frac{E(s)}{R_1(s)} = \frac{1 - \frac{G_1(T_2 s+1)}{T_1 s+1}}{1 + \frac{k(T_2 s+1)}{s(T_1 s+1)}}$$

$\frac{E(s)}{R_2(s)}$：2条前向通路，其增益与余子式分别为

$P_1 = \frac{G_2(T_2 s+1)}{(T_1 s+1)} \quad \Delta_1 = 1$

$P_2 = \frac{(T_2 s+1)}{(T_1 s+1)} \quad \Delta_2 = 1$

$$\frac{E(s)}{R_2(s)} = \frac{(1-G_2)(T_2 s+1)}{(T_1 s+1)}$$

$E(s) = \frac{E(s)}{R_1(s)} \cdot R_1(s) + \frac{E(s)}{R_2(s)} \cdot R_2(s) = 0 \Rightarrow \begin{cases} G_1(s) = \frac{T_1 s+1}{T_2 s+1} \\ G_2(s) = 1 \end{cases}$

二. (1) $G(s) = \frac{22}{s^2+4s+3}$　　$\Phi(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{22}{s^2+4s+25}$

$\omega_n = 5\text{rad/s} \quad \zeta = 0.4$

$c(\infty) = \lim_{s\to 0} s \cdot \Phi(s) R(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{22}{s^2+4s+25} \cdot \frac{1}{s} = \frac{22}{25} = 0.88$

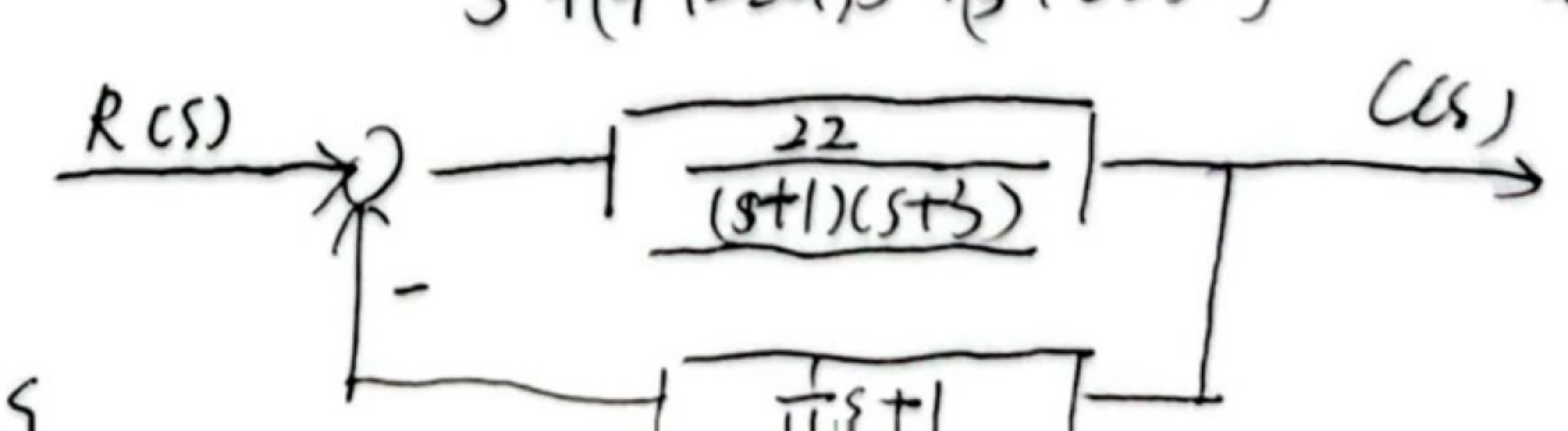
超调量 $\sigma\% = e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} = 0.254$　　峰值时间 $t_p = \frac{\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n} = 0.686s$

最大值 $c(t)_{max} = (1+\sigma\%)\,c(\infty) = 1.104$.

(2) $\zeta = 0.6$　$\Phi(s) = \frac{22}{s^2+6s+25}$　$\Phi(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$

$\Rightarrow$ 设 $H(s) = as+b$　$\Phi(s) = \frac{22}{s^2+(4+22a)s+(3+22b)} \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = \frac{1}{11} \end{cases}$

$\Rightarrow H(s) = \frac{1}{11}s+1$

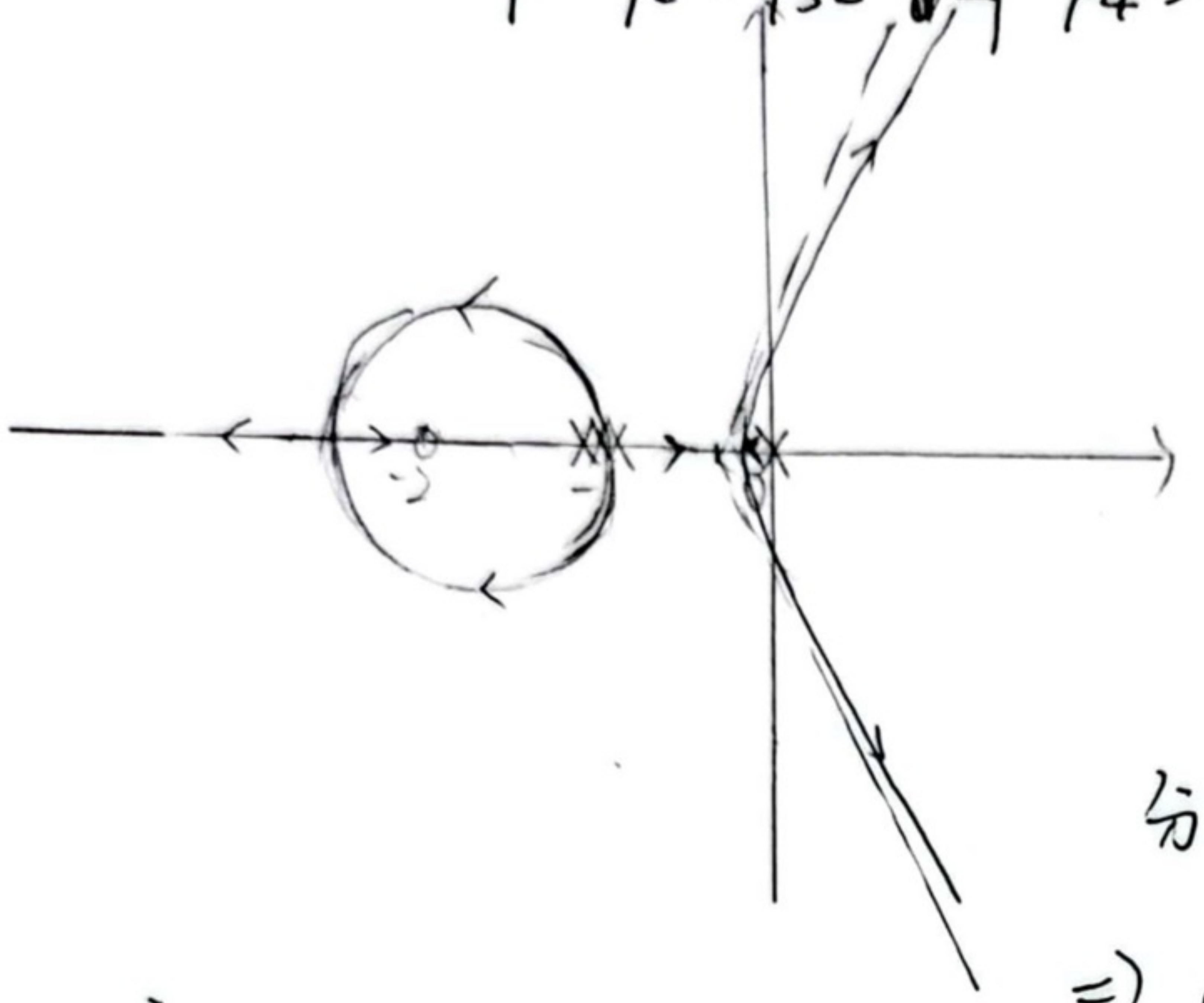


调节时间 $t_s = \frac{3}{\zeta\omega_n} = 1s$

三. (1) $D(s)=0 \Rightarrow s^4+3s^3+3s^2+s+k(s+2)=0$

$\Rightarrow 1+\dfrac{k(s+2)}{s^4+3s^3+3s^2+s}=0 \Rightarrow G(s)=\dfrac{k(s+2)}{s^4+3s^3+3s^2+s}=\dfrac{k(s+2)}{s(s+1)^3}$

$z_1=-2$ $\quad p_1=p_2=p_3=-1 \quad p_4=0$



渐近线:

$\varphi_a=\dfrac{(2k+1)\pi}{4-1} \quad (k=0,\pm1)$

$\Rightarrow \varphi_a=-\dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{\pi}{3},\ \pi$

$\sigma_a=\dfrac{-1-1-1+0+2}{4-1}=-\dfrac{1}{3}$

分离点: $\dfrac{1}{d+1}+\dfrac{1}{d+1}+\dfrac{1}{d+1}+\dfrac{1}{d}=\dfrac{1}{d+2}$

$\Rightarrow d_1=-2.387 \quad d_2=-0.279$

与虚轴交点: $D(j\omega)=\omega^4-3j\omega^3-3\omega^2+j\omega+kj\omega+2k=0$

$\begin{cases}\omega^4-3\omega^2+2k=0\\ -3\omega^3+(k+1)\omega=0\end{cases} \Rightarrow \omega=\pm0.749$ 此时 $k=0.683$

分离点 d_2: $k=\left|\dfrac{d_2(d_2+1)^3}{(d_2+2)}\right|=0.061$

$\Rightarrow$ 闭环系统稳定且根点均为负根时. $0.061<k<0.683$

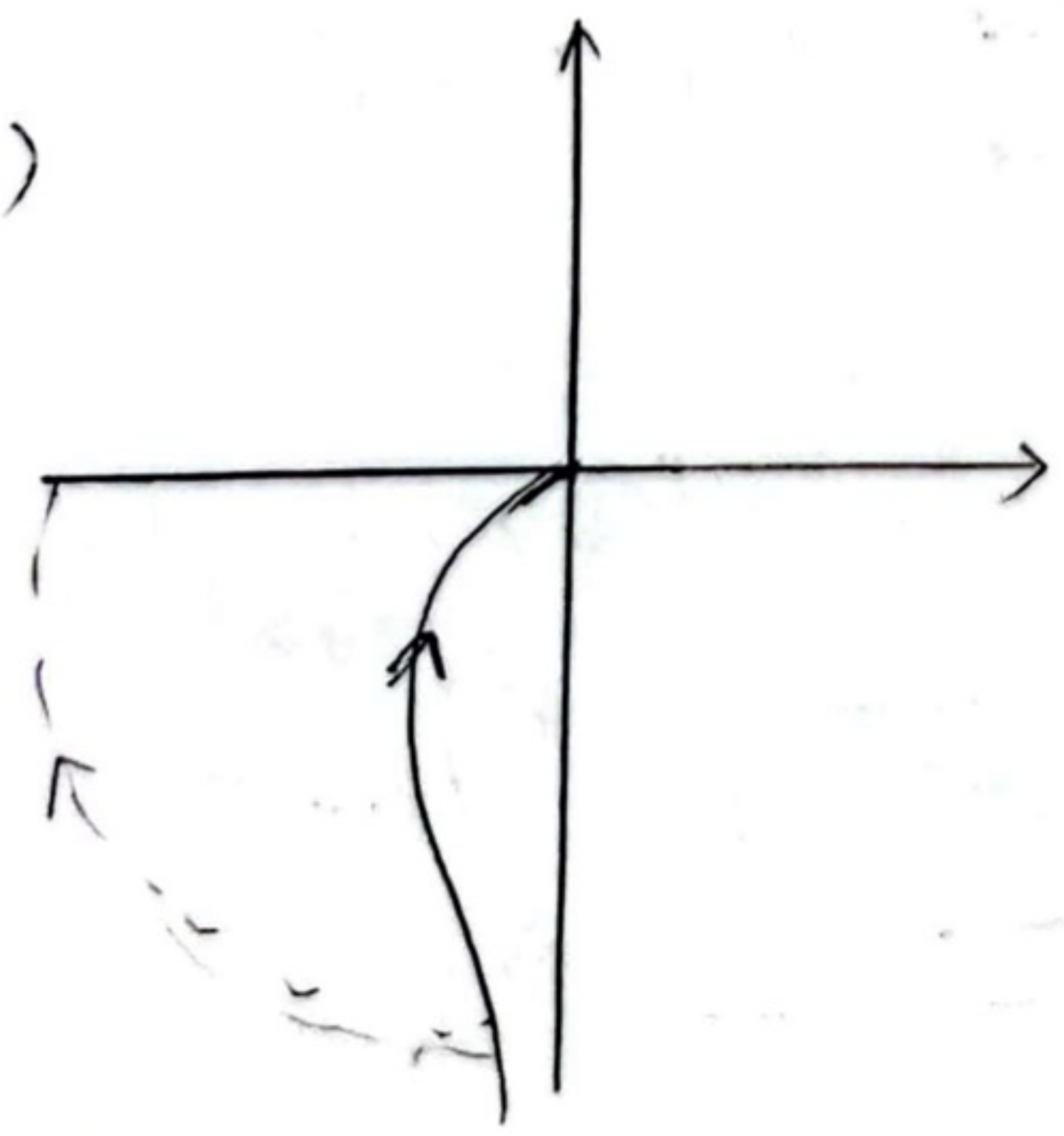
(2) 临界稳定时. $k=0.683$

$D(s)=s^4+3s^3+3s^2+1.683s+1.366=0$

$\Rightarrow s_1=$ ~~0.749~~ $0.749j \quad s_2=-0.749j \quad s_3=-1.500+0.434j$

$s_4=-1.500-0.434j$

四. (1)



$P=0 \quad N^+=0 \quad N^-=\dfrac{1}{2}$

$Z=P-2N=P-2(N^+-N^-)=1\neq0$

$\Rightarrow$ 该系统不稳定

四.(2) $\Phi(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)}=\frac{4}{s^2+s+4}$ $\quad\Phi(j\omega)=\frac{4}{4-\omega^2+j\omega}$

$|\Phi(j\omega)|=\frac{4}{\sqrt{(4-\omega^2)^2+\omega^2}}=\frac{4}{\sqrt{\omega^4-7\omega^2+16}}$ 当 $\omega=\frac{\sqrt{14}}{2}$ 时

$|\Phi(j\omega)|_{max}=\cancel{2.06}\ 2.07$ $\quad$ ~~c(t)~~ 稳态时 $c(\infty)=2.07$

(3) 增大截止频率，应采用超前校正.

五.(1) 低频渐近线斜率 ~~...~~ $-20dB/dec \Rightarrow v=1$

设 $G(s)=\frac{K(T_2s+1)}{s(T_1s+1)(T_3s+1)}$ $\quad 20\lg\left|\frac{K}{\omega_1}\right|=20 \quad \omega_1=0.1 \Rightarrow K=1$

$T_1=\frac{1}{\omega_1}=10$ $\quad 20\lg\left|\frac{1}{j\omega_2\cdot T_1 j\omega_2}\right|=7.96 \Rightarrow \omega_2=0.2 \quad T_2=5$

$20\lg\left|\frac{T_2 j\omega_3}{j\omega_3 T_1 j\omega_3}\right|=-18.06 \Rightarrow \omega_3=4 \quad T_3=\frac{1}{\omega_3}=0.25$

$$G(s)=\frac{5s+1}{s(10s+1)(0.25s+1)}$$

(2) 截止频率 $\left|\frac{5j\omega_c}{j\omega_c\cdot 10j\omega_c}\right|=1 \Rightarrow \omega_c=0.5$

~~相角~~ $\angle G(j\omega_c)=\arctan 5\omega_c-\arctan 10\omega_c-\arctan 0.25\omega_c-90^\circ$
$=-107.62^\circ$ $\quad \gamma=\angle G(j\omega_c)+180^\circ=72.38^\circ$

(3) I型系统 $e_{ss}=\frac{R}{K}=2$

六.(1) $G(z)=Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\cdot\frac{K}{s(s+1)}\right]=K\frac{(e^{-T}+T-1)z+(1-e^{-T}-Te^{-T})}{(z-1)(z-e^{-T})}$

将 $T=1$ 代入 得 $G(z)=\frac{K(0.368z+0.264)}{z^2-1.368z+0.368}$

令 $z=\frac{w+1}{w-1}$ 则 $0.632Kw^2+(1.264-0.528K)w+2.736-0.104K=0$

$$\begin{cases}\cancel{0.638}\ 0.632K>0\\ 1.264-0.528K>0\\ 2.736-0.104K>0\end{cases} \Rightarrow 0<K<2.39$$ 系统稳定

(2) $R(z)=\frac{Tz}{(z-1)^2}=\frac{z}{(z-1)^2}$

$e(\infty)=\lim_{z\to1}(z-1)\frac{1}{1+G(z)}R(z)=\lim_{z\to1}\frac{1}{(z-1)G(z)}=\lim_{z\to1}\frac{z^2-1.368z+0.368}{(z-1)(0.368z+0.264)}$

$=\infty$ 该系统稳态误差为∞.