南京航空航天大学《高等数学Ⅱ（1）》

2018-2019 学年第一学期期末考试 A 卷

一、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

1、设函数 $y=y(x)$ 是由 $y-2x=e^{x(1-y)}$ 确定，则 $dy\big|_{x=0}=$ ________.

2、$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x t\ln(1+t\sin t)dt}{x^4}=$ ____________.

3、曲线 $y=2+\sqrt[3]{x-4}$ 的凹区间为__________________.

4、设 e^{-x} 是 $f(x)$ 的原函数，则 $\int\dfrac{f(\ln x)}{x}dx=$ ________.

5、$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left[\dfrac{x^4\sin x}{1+\cos^2 x}+\left|\sin^3 x\right|\right]dx=$ ________________.

6、广义积分 $\int_0^{+\infty}\dfrac{\arctan x}{1+x^2}dx=$ ______________.

7、设 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a},\vec{b}$ 夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$，求 $|\vec{a}+\vec{b}|=$ ______.

8、设 xoy 平面上的曲线: $x^2-2y^2=1$ 绕 x 轴旋转一周生成的旋转面方程为_______________.

二、选择题（每小题 3 分，共 3 分）

1、已知函数 $f(x)=\begin{cases}0, x\le 0\\ \dfrac{1}{n^2}, \dfrac{1}{n+1}<x\le\dfrac{1}{n}, n=1,2\ldots\end{cases}$，则(　)

$(A)x=0$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点；$(B)x=0$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点；

$(C)x=0$ 是 $f(x)$ 的连续点但不可导；$(D)x=0$ 是 $f(x)$ 的可导点.

三、计算题（每题 6 分，共 30 分）

1、$y=y(x)$ 由 $2x-\tan(x-y)=\int_0^{x-y}\sec^2 tdt\,(x\ne y)$ 确定，求 y',y''.

2、求不定积分$\int \frac{x+5}{x^2-6x+13}dx.$

3、求不定积分$\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}$.

4、求极限$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{1}{n}\ln\left(1+\frac{i}{n}\right)$.

5、设$I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\ln\sin xdx, J=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\ln\cot xdx, K=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\ln\cos xdx.$ 比较三者大小.

四、（本题满分 10 分）

求由方程$2y^3-2y^2+2xy-x^2=1$所确定函数$y=f(x)$的驻点，并判断他是否为极值点；若是，求此极值.

五、（本题满分 10 分）

设连续函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}\int_0^1 xf(x)dx$，求 $f(x)$.

六、（本题满分 10 分）

（1）在抛物线 $y=x^2+3(x>0)$ 上求点 P，使该抛物线与其在 P 点切线及 y 所围成图形面积为 $1/3$.

（2）求该平面图形绕 x 轴以及 y 轴所得旋转体体积 V_x,V_y.

七、（本题满分 10 分）

求点 $A(-1,2,3)$ 在直线 $L:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+6}{-1}$ 上的垂足.

八、（本题满分 10 分）

一平面通过 $x^2+y^2+z^2-6x-4y+4z+16=0$ 的球心与直线 $L:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{5}$，求此平面方程.

九、（本题满分 10 分）设函数 $f(x)$ 在 $\left[0,1\right]$ 上可导，且 $f(1)=3\int_{0}^{\frac{1}{3}}xe^{1-x}f(x)dx$，证明：存在 $\xi\in\le\left(0,1\right)$，使得 $f'(\xi)=\left(1-\frac{1}{\xi}\right)f(\xi)$.